

# Decaimiento radioactivo de dos neutrones

Marzo 2020 - Febrero 2021

*Autor:* Santiago Affranchino

*Profesor a cargo:* Dr. Rodolfo Id Betan

## Resumen

En este trabajo se estudia el decaimiento radioactivo de dos neutrones en el núcleo de  $^{26}\text{O}$  utilizando el modelo de capas nuclear utilizando representación compleja de Berggren para incorporar estados resonantes y de scattering a la base del sistema. Se consiguen calcular las resonancias utilizando el formalismo teórico y obtener detalles de los estados y la probabilidad de ocupación de los estados de los neutrones individuales en el sistema colectivo.

## 1. Introducción

En este trabajo se propone estudiar la estructura del núcleo  $^{26}\text{O}$  modelizado como dos neutrones en el exterior de un carozo inerte  $^{24}\text{O}$ . Se utiliza para esto el modelo de capa de dos partículas con incluyendo estados del continuo mediante la representación de Berggren y considerando la interacción residual entre los neutrones de valencia con un potencial separable. Se plantea analizar el efecto de los estados resonantes y del continuo de scattering en la configuración de estados de dos partículas y estudiar como varia el sistema al incrementar la intensidad de interacción entre neutrones.

En la siguiente sección se hace una descripción de los elementos del formalismo que vamos a utilizar, comenzando con un breve desarrollo del modelo de capas y el Hamiltoniano que se obtiene de esta aproximación en Sec. 2.1. Se describe luego la representación de Berggren aplicada para incorporar los estados del continuo a la base del sistema de una partícula Sec. 2.2. En la sección 2.3 se describe como se extiende esta representación al sistema de dos partículas idénticas en el exterior del carozo  $^{24}\text{O}$ . Finalmente se describe el potencial residual utilizado para aproximar la interacción con el carozo en la Sec. 2.3.1.

En la sección 3 se presentan las aplicaciones y resultados, en la seccion 3.1 se describe como se aplica el formalismo para obtener una representación de una partícula y como se ajustan los parámetros utilizados. A continuación en Sec. 3.2 se hace un estudio de los polos encontrados, analizando como cambia el sistema, y como varían las energías y las funciones de onda de los estados de dos partículas al incrementarse la intensidad de la interacción entre neutrones.

Finalmente en la Sec. 3.3 considera el sistema para la intensidad de interacción físicamente relevante, la cual se corresponde con los datos experimentales conocidos, y se analizan los estados obtenidos considerando la composición de las funciones de onda y comparando con datos informados por las referencias consultadas.

## 2. Formalismo Teórico

Se utilizo el método shell model, comúnmente usado en física nuclear para la descripción de núcleos que pueden, considerando dos neutrones en el exterior del carozo estable  $^{24}\text{O}$ . debido a que el núcleo de  $^{26}\text{O}$  se encuentra en los límites de la tabla de nucleidos donde el núcleo deja de ser ligado, buscamos considerar las resonancias y los estados del continuo en nuestros cálculos, para esto hacemos uso de la representación de Berggren que permite incorporar estos estados junto con los estados ligados a la base en la que se describe el problema, siguiendo la metodología desarrollada en [1] En esta sección se describen los elementos principales de este formalismo, comenzando con un breve desarrollo del modelo de capas y el Hamiltoniano que se obtiene de esta aproximación. Se describe luego la representación de Berggren aplicada para incorporar los estados del continuo a la base del sistema de una partícula. En la sección siguiente se describe como se extiende esta representación al sistema de dos partículas idénticas en el exterior del carozo  $^{24}\text{O}$ . Finalmente se describe el potencial residual utilizado para aproximar la interacción con el carozo.

### 2.1. Modelo de capas

El modelo de capas o 'shell model', es un método que permite tratar el sistema de  $A$  nucleones que interactúan entre sí aproximando el efecto de las interacciones entre partículas por un campo medio, lo que reduce el problema a uno de partículas independientes moviéndose en un campo efectivo. Se considera el Hamiltoniano que describe un sistema de  $A$  nucleones interactuantes entre pares que se quiere aproximar por un potencial central se puede escribir:

$$\begin{aligned} H &= \sum_{i=1}^A T_i + \sum_{i<j=1}^A V_{ij} \\ H &= \sum_{i=1}^A \left( \left[ -\frac{\hbar^2}{2m_i} \right] \nabla_{r_i}^2 + U(r_i) \right) + \left( \sum_{i<j=1}^A V_{ij} - \sum_{i=1}^A U(r_i) \right) \\ H &= \sum_{i=1}^A h(r_i) + \left( \sum_{i<j=1}^A V_{ij} - \sum_{i=1}^A U(r_i) \right) \\ H &= H_0 + V_{res} \end{aligned}$$

Donde  $V_{ij}$  es el potencial de interacción de a pares,  $U(r_i)$  es el campo medio efectivo,  $H_0 = \sum_{i=1}^A h(r_i)$  es el hamiltoniano de partículas independientes y  $V_{res} = \sum_{i<j=1}^A V_{ij} - \sum_{i=1}^A U(r_i)$  es la interacción residual. Si el potencial medio es una buena aproximación de la interacción entre partículas,  $V_{res}$  puede considerarse como una perturbación de  $H_0$ .

El potencial de partículas independientes  $H_0$  representa el potencial central producido por el núcleo. En este trabajo se utiliza el potencial fenomenológico de tipo Wood-Saxon de la forma  $U(r) = (1 + \exp\frac{r-R}{a})^{-1}$  junto con un potencial de acople spin-órbita. Este tipo de potencial es usado con frecuencia en física nuclear ya que describe adecuadamente la estructura de capas de los niveles de energía para distintos sistemas. El potencial central considerando estos dos términos sera entonces:

$$U(r) = \frac{V_0}{1 + \exp((r - R_0)/a)} + \frac{V_{so}}{r_0^2} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{1 + \exp((r - R_0)/a)} \right) \hat{l} \cdot \hat{s}. \quad (1)$$

## 2.2. Representación de Berggren de una partícula

La Representación de Berggren permite incorporar estados resonantes a la base en la que se describe el sistema junto a los estados ligados de energía real. Berggren demuestra que es posible formar un conjunto ortonormal y completo compuesto por los estados ligados, las resonancias y un continuo de estados de scattering siguiendo cierto contorno cerrado  $L^+$  en el plano complejo de energía, esto puede expresarse con la relación de completitud:

$$\delta(r - r') = \sum_n u_n(r) u_n(r') + \int_{L^+} u(r, \varepsilon) u(r', \varepsilon) d\varepsilon \quad (2)$$

La suma en  $n$  incluye todos los estados ligados y de resonancia abarcados entre el contorno  $L^+$  y el eje real positivo en el plano de energías complejas. El contorno  $L^+$  determina el continuo de estados de scattering que son deben incorporarse para obtener un conjunto completo.

Se debe aclarar que la base de Berggren es en realidad un base bi-ortonormal por lo que el producto entre los estados ligados y de resonancia en Eq. (2) se realiza entre el estado y su conjugado temporal. Por esta razón el producto interno en la representación de Berggren puede ser complejo, lo que tiene como consecuencia que los promedios y las probabilidades en esta representación sean complejos. La interpretación física de esto se ha discutido en detalle en [2–4]. Para resonancias angostas, que son las de tienen mas relevancia física estas probabilidades pueden considerarse como cantidades reales ya que la parte complejas de estas son tan pequeña que pueden ser despreciadas.

El contorno  $L^+$  de estados de scattering no esta definido univocamente sino que puede tomarse distintas formas mientras cumpla con ciertos requisitos, en particular debe comenzar en el origen y terminar en el eje real positivo del plano de energías. Esto da la posibilidad de elegir un contorno que resulte conveniente dependiendo de las propiedades del sistema a estudiar. En la figura 1 se muestran dos ejemplos de contornos posibles.

Para tratar numéricamente el problema se discretiza la integral en 2 obteniendo,

$$\int_{L^+} u(r, \varepsilon) u(r', \varepsilon) d\varepsilon \simeq \sum_p^{N_p} h_p u(r, \varepsilon_p) u(r', \varepsilon_p) \quad (3)$$

El valor de  $h_p$  y los valores  $E_p$  estarán definidos por el método de integración que se utilice para evaluar la integral en (2). Se obtiene de esta manera una representación del espacio complejo compuesta de un conjunto discreto de estados ortonormales  $\{|\varphi_n\rangle; |\varphi_p\rangle\}$  compuesta por los estados de Gamow y los estados ligados,  $\langle r|\varphi_n\rangle = u_n(r, E_n)$  y los estados de dispersión correspondientes al camino de integración discretizado  $\langle r|\varphi_p\rangle = \sqrt{h_p} w_p(r, E_p)$ . El uso de esta representación permite describir cantidades físicas que no pueden describirse satisfactoriamente utilizando una base compuesta solo de estados ligados.  $N_p$  es el numero de estados en los que se discretiza el camino  $L^+$  se busca elegir un numero lo suficientemente grande para asegurar la estabilidad de las soluciones.

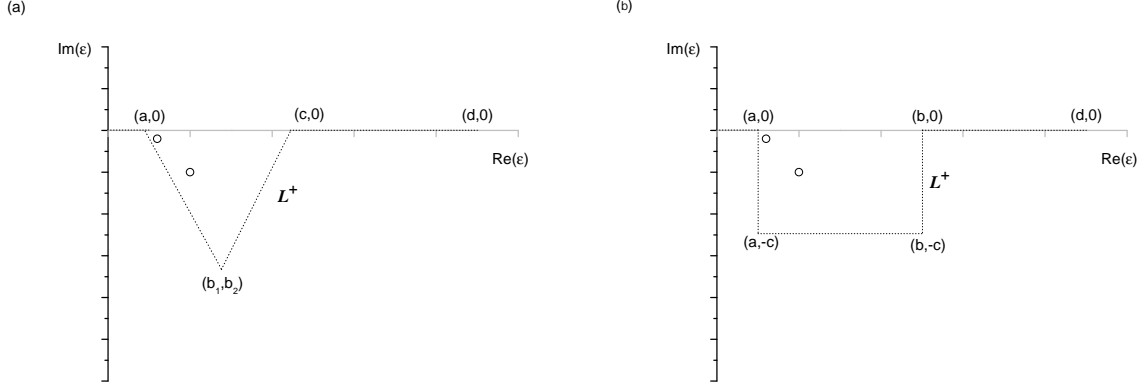


Figura 1: Dos contornos  $L^+$  posibles para formar la representación de Berggren de una partícula

### 2.3. Representación de Berggren dos partículas

Para construir la representación dos partículas se toma el producto tensorial, antisimetrizado y normalizado, entre todos los elementos de la representación de una partícula consigo mismo, acoplados con momento angular  $J = 0^+$  [5–7]. De esta forma se obtiene la representación del sistema de dos partículas que se utilizara,  $|\psi_{ij}^{(0)}\rangle$ , donde los indice  $i$  y  $j$  barren todos los elementos de la representación de una partícula.

Esto abarca todas las combinaciones de  $a$  pares entre los estados ligados, resonancias y el contorno  $L^+$  de estados de scattering. La combinación de los elementos del contorno  $L^+$  entre si genera una amplia región del espacio de energía ocupada por soluciones de orden cero como se observa en la Fig. 2. Dependiendo de la elección de  $L^+$  esta region puede ocupar el área de interés donde se encuentran las estados físicamente relevantes como se observa en la Fig. 2-a. Bajo esas condiciones puede es difícil diferenciar los estados físicamente relevantes de las soluciones de orden cero. El problema empeora si se utilizan mas estados en la discretizacion del contorno  $L^+$ .

Para tratar este problema se sigue utiliza un contorno cuadrado definido por los puntos  $P_0 = (0, 0)$ ,  $P_1 = (a, 0)$ ,  $P_2 = (a, -c)$ ,  $P_3 = (b, -c)$ ,  $P_4 = (b, 0)$  como se observa en la Fig. 1 [5]. Este contorno deja una región del plano de energía compleja, comprendida entre los valores de energía real  $2a$  y  $b$  y el valor de energía imaginaria  $c$  libre de soluciones de orden cero como el que se observa en la 2-b. Estos parámetros pueden ajustarse de tal forma que la región donde se esperan que se encuentren los estados de interés físico coincida con la región libre de soluciones de orden cero.

Una vez obtenida esta representación se utiliza la ecuación de autovalores  $H|\Psi_\alpha\rangle = E_\alpha|\Psi_\alpha\rangle$ , con la descripción de la función de onda en la base de Berggren,  $|\Psi_\alpha\rangle = \sum_{i \leq j} X_{ij,\alpha} |\psi_{ij}^{(0)}\rangle$ , para los estados  $0^+$  para obtener la ecuación 4 que permite obtener la energía compleja  $E_\alpha$  y los coeficientes complejos  $X_{ij,\alpha}$ .

$$(E_\alpha - \varepsilon_i - \varepsilon_j) X_{ij,\alpha} - \sum_{k \leq l} \langle \tilde{\psi}_{kl}^{(0)} | V | \psi_{ij}^{(0)} \rangle X_{kl,\alpha} = 0 \quad (4)$$

donde  $\alpha$  incluye todos los estados  $0^+$ , los indices  $\{k, l\}$  es una forma resumida de

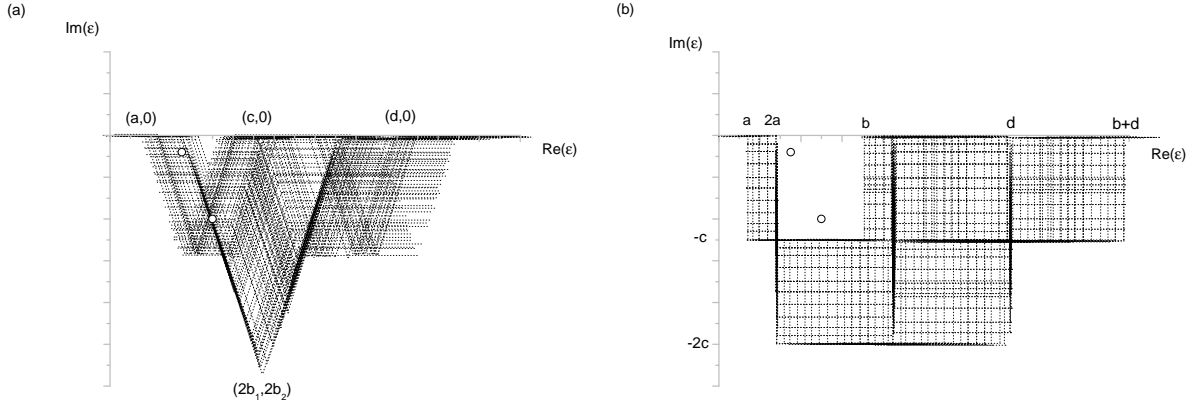


Figura 2: Ejemplos de representaciones de dos partículas usando dos contornos  $L^+$  distintos.

escribir  $k = \{n_k, l_k, j_k\}$  y  $l = \{n_l, l_k, j_k\}$  ya que solo los números principales  $n_k$  y  $n_l$  es distinto cuando se acopla con momento angular  $J = 0^+$ .

### 2.3.1. potencial de interacción residual

Se utilizara como interacción residual un potencial fuerza separable que permite simplificar enormemente el problema de hallar la solución la ecuación resolvente (4) sustituyendo el problema de diagonalizar la matriz de elementos complejos por un problema de hallar polos en el plano complejo. [8–10]

$$\langle \tilde{\psi}_{kl}^{(0)} | V | \psi_{ij}^{(0)} \rangle = -GM_{kl}M_{ij} \quad (5)$$

donde  $M_{kl} = f_{kl} \langle k || Y_0 || l \rangle$ ,  $f_{kl} = \int dr u_k(r) f(r) u_l(r)$ . y el factor de forma  $f(r)$  estará dado por

$$f(r) = \begin{cases} \frac{r\partial U}{\partial r} & \text{Surface interaction} \\ U(r) & \text{Volume interaction} \end{cases}$$

donde  $U(r) = (1 + \exp \frac{r-R}{a})^{-1}$  es el potencial de Woods-Saxon utilizado.

Utilizando las ecuaciones (4) y (5) se obtiene la relación de dispersión que se utilizara para determinar las energías de los estados de dos partículas  $E_\alpha$ . Se observa que debido a estamos usando la métrica de Berggren el elemento de matriz  $M_{kl}$  aparece elevado al cuadrado en vez de su valor absoluto como se esperaría en la métrica usual.

$$\frac{1}{G} = - \sum_{k \leq l} \frac{M_{kl}^2}{E_\alpha - \varepsilon_k - \varepsilon_l} \quad (6)$$

Se variara la fuerza  $G$  de la interacción entre neutrones partiendo desde cero para estudiar como evolucionan cada uno de los estados  $0^+$  considerados en el espacio modelo. Para cada energía  $E_\alpha$  las amplitudes de la función de onda quedan determinadas por

$$X_{ij,\alpha} = N_\alpha \frac{M_{ij}}{E_\alpha - \varepsilon_i - \varepsilon_j} \quad (7)$$

Siendo  $N_\alpha$  la constante obtenida por la condición de normalización:  
 $\sum_{i \leq j} X_{ij,\alpha}^2 = 1$

### 3. Aplicación y Resultados

#### 3.1. Determinación de base de una partícula y parámetros del potencial de campo medio

Se debe estudiar el sistema de una partícula para construir la representación de dos partículas. En nuestro caso el sistema de una partícula corresponde al núcleo de  $^{25}\text{O}$  que se describe como un neutron afuera del carozo  $^{24}\text{O}$ . Debido a que el núcleo  $^{25}\text{O}$  no posee estados ligados la base de una partícula no posee estados ligados, esta formada únicamente por resonancias y estados de scattering.

Se ajustan los parámetros del campo medio de la ecuación (1) de tal forma de reproducir los parámetros del estado fundamental, la resonancia  $3/2^+$  y la separación con el estado vacante  $1/2^+$ . De acuerdo a la Ref. [11] el estado  $1/2^+$  se encuentra en  $\varepsilon_{1s_{1/2}} = -4,09 \pm 0,13$  MeV y la resonancia  $3/2^+$  en  $\varepsilon_{0d_{3/2}} = (0,749 \pm 0,010, -0,044 \pm 0,003)$  MeV [12], relativos al carozo  $^{24}\text{O}$ . Se utilizan los parámetros del potencial Woods-Saxon informados Ref. [13],  $a = 0,72$  fm para la difusividad y  $r_0 = 1,25$  fm para el radio reducido. De este ajuste se obtienen los parámetros  $V_0 = 44,1$  MeV and  $V_{so} = 22,84$  MeV fm para la intensidad de potencial de Woods-Saxon y del potencial de interacción spin-orbita, respectivamente. Las energías calculadas utilizando estos potenciales son  $\varepsilon_{1s_{1/2}} = -4,087$  MeV,  $\varepsilon_{0d_{3/2}} = (0,749, -0,0436)$  MeV,  $\varepsilon_{1p_{3/2}} = (0,576, -0,812)$  MeV y  $\varepsilon_{0f_{7/2}} = (2,427, -0,102)$  MeV. Las energías complejas y las intensidades de los potenciales son muy similares a las informadas en Ref. [13].

Se elige el contorno  $L^+$ , Fig. 1(b) de tal manera que incluya las tres energías resonantes calculadas y que los valores  $2\varepsilon_{0d_{3/2}}$ ,  $2\varepsilon_{1p_{3/2}}$ , and  $2\varepsilon_{0f_{7/2}}$  se encuentren en la zona libre de soluciones de orden cero del plano complejo de energía, estos valores corresponden a las energías de dos partículas para el caso sin interacción residual entre neutrones  $G = 0$ . Se eligen entonces los parámetros  $c = 2$  MeV,  $b = 6$  MeV y se tomara el parámetro  $a = 0$ , ya que el estado fundamental del núcleo de  $^{26}\text{O}$  se encuentra muy cerca del cero. Se toma ademas un parámetro de cut-off  $d = 100$  MeV

#### 3.2. Movimiento de las polo del núcleo $^{26}\text{O}$

Para  $G = 0$ , es decir cuando la interacción residual entre neutrones es nula, los polos del sistema de 3 cuerpos consistente del carozo  $^{26}\text{O}$  y dos neutrones se encuentran en  $2\varepsilon_{0d_{3/2}} = (1,498; -0,087)$  MeV,  $2\varepsilon_{1p_{3/2}} = (1,152; -1,624)$  MeV, y  $2\varepsilon_{0f_{7/2}} = (4,854, -0,204)$  MeV.

Se analiza ahora como varían las posiciones de los polos y las composiciones de las funciones de onda correspondientes al ir aumentando la intensidad de la interacción  $G$ .

Los parámetros del potencial separable de interacción residual se tomaron los mismo que los utilizados para el potencial central de Woods-Saxon,  $r_0 = 1,25$  fm y  $a = 0,72$  fm. Se consideraron por separado dos posibles factores de forma  $f(r)$ , de superficie y de volumen. En la Fig. 3 se observa la trayectoria de los tres polos considerados correspondiente a los estados de dos cuerpos cuya configuración esta principalmente dada por  $(0d_{3/2})^2$ ,  $(1p_{3/2})^2$  o  $(0f_{7/2})^2$ .

Se hace un acercamiento para ver con mayor detalle la transición de resonancia a estado ligado del polo  $(0d_{3/2})^2$ . Se observa ademas que la evolución dadas por las dos interacciones correspondientes al factor de forma de superficie y de volumen son caulitativamente similares.

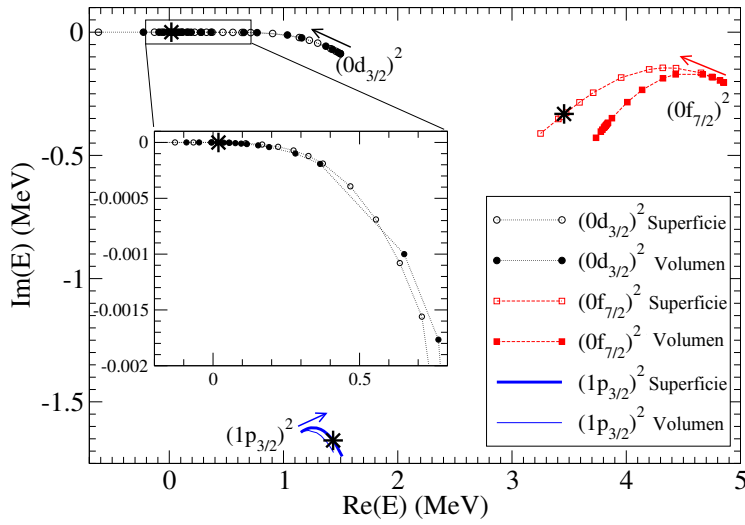


Figura 3: Trayectoria de los polos al aumentar la fuerza de interacción  $G$ . La flechas indican la dirección en la que  $G$  aumenta. Se tomó  $0 \leq G \leq 7$  MeV. Se marca con asterisco los valores para la fuerza de interacción que reproduce los resultados experimentales  $G_{\text{Exp}} = 6,06$  MeV.

Se observa en la Fig. 3 que la primer resonancia  $(0d_{3/2})^2$  se mueve rápidamente hacia el eje real negativo y disminuyendo su parte real e imaginaria, hasta llegar a tener una energía real negativa, esto es pasa de ser una resonancia, con energía compleja, a ser un estado débilmente ligado, con energia real negativa. A esta clase de estado que son ligados solamente cuando existe una interaccione entre los neutrones externos al carozo se los llama estados Borromeanos. Este comportamiento sucede tanto para interacciones con potencial de volumen como de superficie.

Las trayectorias de los polos  $(0f_{7/2})^2$  y  $(1p_{3/2})^2$  tiene un comportamiento cualitativamente similar. Ambos polos comienzan haciéndose mas angostos para  $G$  pequeños hasta llegar a un mínimo a partir del cual su parte comienza a crecer haciéndose mas ancha. Para explicar este comportamiento, en las tablas 1 and 2 se muestran las configuraciones en tres valores cercanos al mínimo. las configuraciones están separadas de acuerdo a los

elementos de la representación de una partícula que la componen como polo-polo, polo-scattering y scattering-scattering. Lo que se observa es que a medida que la intensidad de interacción aumenta la ocupación de las configuraciones polo-scattering y scattering-scattering aumenta mientras que las de las configuraciones polo-polo disminuyen. Esto es las configuraciones

Tabla 1: Configuración de la función de onda para el polo  $(0f_{7/2})^2$  cerca del mínimo. Expresada en (%) de ocupación.

$E$ (MeV)	$(0d_{3/2})^2$	$(1p_{3/2})^2$	$(0f_{7/2})^2$	$(0d_{3/2})(d_{3/2})$	$(1p_{3/2})(p_{3/2})$	$(0f_{7/2})(f_{7/2})$	$(s_{1/2})^2$	$(p_{3/2})^2$	$(p_{1/2})^2$	$(d_{5/2})^2$	$(d_{3/2})^2$	$(f_{7/2})^2$	$(f_{5/2})^2$	$(g_{9/2})^2$	$(g_{7/2})^2$
(4.654,-0.165)	(0.1,-0.1)	(0.,0.)	(99.9,0.1)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)
(4.366,-0.144)	(1.1,-0.2)	(-0.2,0.1)	(99.4,0.2)	(-0.1,-0.2)	(-0.1,-0.1)	(-0.3,0.1)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.0,1)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.1,0.)	(0.1,0.)	(0.,0.)
(4.079,-0.164)	(3.4,-0.2)	(-0.5,0.3)	(98.0,0.2)	(-0.3,-0.6)	(-0.4,-0.1)	(-0.6,0.3)	(0.,0.)	(0.,-0.1)	(0.,0.2)	(0.1,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.1,0.)	(0.2,0.)	(0.,0.)

Tabla 2: Configuración de la función de onda para el polo  $(1p_{3/2})^2$  cerca del mínimo. Expresada en (%) de ocupación.

$E$ (MeV)	$(0d_{3/2})^2$	$(1p_{3/2})^2$	$(0f_{7/2})^2$	$(0d_{3/2})(d_{3/2})$	$(1p_{3/2})(p_{3/2})$	$(0f_{7/2})(f_{7/2})$	$(s_{1/2})^2$	$(p_{3/2})^2$	$(p_{1/2})^2$	$(d_{5/2})^2$	$(d_{3/2})^2$	$(f_{7/2})^2$	$(f_{5/2})^2$	$(g_{9/2})^2$	$(g_{7/2})^2$
(1.174,-1.617)	(0.,0.1)	(100,-0.1)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)
(1.263,-1.605)	(1.9,0.1)	(98.4,-1.2)	(-0.4,0.7)	(0.2,0.4)	(0.1,0.1)	(-0.1,-0.1)	(0.,0.)	(0.,0.)	(-0.1,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)
(1.339,-1.615)	(4.9,-1.5)	(95.2,-1.5)	(-0.7,2.1)	(0.7,0.8)	(0.4,0.2)	(-0.3,-0.2)	(0.,0.)	(0.1,0.1)	(-0.1,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(0.,0.)	(-0.1,0.)	(-0.1,0.)	(0.,0.)



### 3.3. Análisis de los polos de mayor relevancia física

A continuación se analizan en detalle cada polo utilizando el valor de  $G_{\text{Exp}} = 6,06$  MeV que mejor reproduce el valor experimental de la energía del estado fundamental  $E = 18$  keV [12]. En la tabla 3

La energía del estado fundamental y de los dos primeros estados excitados hallados en este trabajo son:

$$\begin{aligned} E_{\text{gs}} &= 0,01842 - i 0,1635 \times 10^{-06} \text{ MeV} \\ E_{0_2^+} &= 1,434 - i 1,6568 \text{ MeV} \\ E_{0_3^+} &= 3,4560 - i 0,3317 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Se comparan los los estados  $0^+$  calculados utilizando interacción de superficie en este trabajo, con los modelos teóricos de Refs. [13,14]. Se observa una muy buena concordancia con Ref. [13]. Nuestros cálculos también encuentran la resonancia  $0_2^+$  con una energía similar a la informada en Ref. [14], sin embargo consideramos que el estado calculado es demasiado ancho para ser físicamente relevante

Tabla 3: Comparación de las energías calculadas del estado  $0^+$  para  $G_{\text{Exp}} = 6,06$  MeV con Refs. [13,14].

Estado	Este trabajo	Ref. [13]	Ref. [14]
$0_1^+$	$(0,0184, -0,164 \times 10^{-06})$	0,018	0,01
$0_2^+$	$(1,434, -1,657)$		1,7
$0_3^+$	$(3,460, -0,332)$	$(3,38, -0,366)$	2,6

Se puede comparar además con los datos experimentales que se conocen hasta el momento para  $^{26}\text{O}$ . El estado fundamental hallado en 18 keV [12], fue utilizado para el ajuste de los parámetros del modelo, se observa que es reproducido adecuadamente en nuestros cálculos. El primer estado excitado ha sido hallado alrededor de 2 MeV por Ref. [15] y alrededor 4,3 MeV ambas con un ancho de 1 MeV, comparable con la parte imaginaria de la energía del estado  $0_3^+$  en la tabla 3.

Una característica del modelo utilizado es que nos permite analizar la estructura de los estados hallados considerando las configuraciones que componen la función de onda, como se detalla a continuación. Para el estado fundamental la función de onda es

$$\begin{aligned} |^{26}\text{O}\rangle_{\text{gs}} &= (-0,862, 0,060)|(0d_{3/2})^2\rangle \\ &+ (0,425, -0,033)|(0f_{7/2})^2\rangle \\ &+ (0,305, -0,145)|(1p_{3/2})^2\rangle \\ &+ (0,031, 0,052)|(1p_{3/2})(c_1p_{3/2})\rangle \\ &+ (0,028, 0,054)|(1p_{3/2})(c_2p_{3/2})\rangle + \dots \end{aligned}$$

Se observa que las contribuciones más importantes para este estado vienen de los tres componentes polo-polo  $(0d_{3/2})^2$ ,  $(0f_{7/2})^2$  y  $(1p_{3/2})^2$ . Estas son seguidas por la contribución

de los distintos estados asociados con el orbital  $p_{3/2}$  configurados como una partícula en el polo y la otra en el estado de scattering, con energía compleja  $\varepsilon(c_1 p_{3/2}) = -i0,907$  MeV la de mayor peso y  $\varepsilon(c_2 p_{3/2}) = -i0,845$  MeV la siguiente.

La función de onda del primer estado fundamental tiene una mayor predominancia de la configuración  $(1p_{3/2})^2$ , correspondiente a la configuración de una partícula previo a la mezcla con los demás estados producido por la interacción entre partículas, en contraste con el estado fundamental en la que todas las configuraciones polo-polo son relevantes. Las siguientes contribuciones están dadas por configuraciones polo-scattering correspondiente al polo  $0d_{3/2}$ , encontrándose una partícula en el polo y la otra en  $\varepsilon(c_1 d_{3/2}) = 0,767 - i2$  MeV y  $\varepsilon(c_2 d_{3/2}) = 0,646 - i2$  MeV.

$$\begin{aligned} |^{26}\text{O}\rangle_{0_2^+} &= (-0,306, 0,118)|(0d_{3/2})^2\rangle \\ &+ (0,161, 0,156)|(0f_{7/2})^2\rangle \\ &+ (-0,951, -0,004)|(1p_{3/2})^2\rangle \\ &+ (0,130, -0,018)|(0d_{3/2})(c_1 d_{3/2})\rangle \\ &+ (0,126, 0,021)|(0d_{3/2})(c_2 d_{3/2})\rangle + \dots \end{aligned}$$

El segundo estado hallado también presenta una importante contribución del estado  $0f_{7/2}^2$ , correspondiente a dos neutrones en la resonancia  $0f_{7/2}$ , con considerablemente menos contribución de las otras configuraciones polo-polo. Las amplitudes que les siguen en relevancia a las configuraciones polo-polo corresponden a las configuraciones a la capa  $d_{3/2}$  compuesta por una partícula en el estado resonante y la otra en el un estado de scattering, ubicado en  $\varepsilon(c_1 d_{3/2}) = 2,535 - i2$  MeV para la mas relevante, y  $\varepsilon(c_2 d_{3/2}) = 2,720 - i2$  MeV para la siguiente.

$$\begin{aligned} |^{26}\text{O}\rangle_{0_3^+} &= (0,409, 0,072)|(0d_{3/2})^2\rangle \\ &+ (0,945, -0,030)|(0f_{7/2})^2\rangle \\ &+ (0,027, 0,160)|(1p_{3/2})^2\rangle \\ &+ (0,028, -0,049)|(0d_{3/2})(c_1 d_{3/2})\rangle \\ &+ (0,022, -0,052)|(0d_{3/2})(c_2 d_{3/2})\rangle + \dots \end{aligned}$$

Se observa que las configuraciones mas importantes con energías de los estados de scattering son aquellas en las que la suma entre las energías del polo y del estado de scattering ocupado dan cercano a la energía del estado colectivo. Esto es una consecuencia de la interacción separable utilizada, como puede verse en la Eq. (7), donde para las condiciones descritas el denominador  $E_\alpha - \varepsilon_i - \varepsilon_j$  se acerca a cero. Por ejemplo para la contribución polo-scattering mas relevante del estado  $0_3^+$  que tiene energía  $3,456 - i0,332$  MeV,  $\varepsilon(0d_{3/2}) + \varepsilon(c_1 d_{3/2}) = (0,749 - i0,0436) + (2,535 - i2) = 3,284 - i2,044$  MeV; las partes reales son muy similares, mientras la diferencia entre las partes imaginarias puede ser producto de la posición del contorno en la representación de dos partículas.

En las tablas 4 and 5 se comparan las probabilidades de ocupación de los dos estados físicamente relevantes, el estado fundamental  $0_1^+$  y la resonancia  $0_3^+$ , con los datos obtenidos en Refs. [13, 14]. Para que los datos sean equiparables se utilizan las sumas de

las configuraciones polo-polo, polo-scattering y scattering-scattering, expresados por el símbolo  $\sum$

El estado fundamental se muestra en la tabla 4, se puede ver que la ocupación del estado  $s$  y  $d_{3/2}$  obtenidas es del mismo orden de magnitud a la informada en Ref. [14] aunque varia apreciablemente para el estado  $d_{5/2}$ . Los datos obtenidos por Ref. [13] indican que las principales contribuciones vienen de las configuraciones  $d_{3/2}$ ,  $f_{7/2}$  y  $p_{3/2}$ , encontrándose un muy buen acuerdo para el estado  $f_{7/2}$  mientras la ocupación calculada en este trabajo para la configuración  $d_{3/2}$  es mayor y la de  $p_{3/2}$  es menor a la informada, lo que da un estado fundamental menos colectivo en el que no las ocupaciones están menos distribuidas.

Tabla 4: Probabilidades de ocupacion en % para el estado  $0_1^+$  para el estado  $E_0 = 0,01842 - i 0,1635 \times 10^{-6}$  MeV.

Model	$\sum(s_{1/2})^2$	$\sum(p_{1/2})^2$	$\sum(p_{3/2})^2$	$\sum(d_{3/2})^2$	$\sum(d_{5/2})^2$	$\sum(f_{5/2})^2$	$\sum(f_{7/2})^2$	$\sum(g_{7/2})^2$	$\sum(g_{9/2})^2$
This Work	(0.2, 0.)	(0.5, 0.)	(4.2, 0.)	(73.7, 0.)	(0.3, 0.)	(0.7, 0.)	(19.0, 0.)	(0.3, 0.)	(1.1, 0.)
Ref. [14]	0.67			79	19				
Ref. [13]			10.5	66.1			18.3		

En la tabla 5 se observa la comparación de las ocupaciones del estado  $0_3^+$ . A diferencia de lo obtenido en este modelo [14] informa una importante ocupación del estado  $s$ . La Ref. [13] indica un comportamiento similar al estado fundamental con las principales contribuciones provenientes de las configuraciones  $d_{3/2}$ ,  $f_{7/2}$  y  $p_{3/2}$ , se observa que las ocupaciones están mas distribuidas en comparación con los resultados de este modelo. Esta característica menos colectiva de nuestra función de onda para  $0_3^+$  puede ser producto de la expresión analítica de la amplitud de la función de onda utilizada Eq. (7), que favorece la colectividad del estado fundamental mientras inhibe la de los estados excitados

Tabla 5: Probabilidades de ocupacion en % para el estado  $0_3^+$  para el estado  $E_3 = 3,4560 - i 0,3317$  MeV.

Model	$\sum(s_{1/2})^2$	$\sum(p_{1/2})^2$	$\sum(p_{3/2})^2$	$\sum(d_{3/2})^2$	$\sum(d_{5/2})^2$	$\sum(f_{5/2})^2$	$\sum(f_{7/2})^2$	$\sum(g_{7/2})^2$	$\sum(g_{9/2})^2$
This Work	(0., 0.1)	(0.1, 0.6)	(-3.7, -0.1)	(15.4, 3.7)	(0.2, 0.1)	(0.4, 0.1)	(86.9, -4.7)	(0.1, 0.)	(0.6, 0.2)
Ref. [14]	3.8			86	6.1				
Ref. [13]			10.4	24.9			62.1		

Finalmente podemos obtener el tiempo de vida media del estado fundamental  $T_{1/2} = \frac{\hbar \ln 2}{-2\Im(E(O_1^+))} = 8,766 \times 10^{-3}$  ps que es tres ordenes de magnitud mas pequeño que el valor experimental  $4,5 \pm 3$  ps [15]. Ya que observando la poca contribución que tienen las configuraciones de mayor momento angular en la tabla 4 se puede inferir que  $l_{\max} = 4$  es lo suficientemente grande para incluir los estados relevantes al sistema, mejorar la predicción del sistema probablemente requiera un mejor tratamiento de la interacción residual entre neutrones, en especial del acople con el continuo.

## 4. Conclusión

Se estudió la estructura de los estados  $0^+$  del núcleo  $^{26}\text{O}$  utilizando el modelo de capa de dos partículas con representación compleja para incluir estado del continuo y utilizando una interacción residual entre neutrones de valencia dada por un potencial separable. Se calculó la configuración de las funciones de onda del estado fundamental y dos estados excitados, incluyendo contribuciones de ondas parciales de hasta  $l = 4$ . Se pudo analizar el movimiento de los polos en el plano complejo y la variación en la ocupación de las configuraciones al variar la intensidad de interacción  $G$ . Se puede observar como una fuerza de interacción lo suficientemente grande puede llevar el estado fundamental de una resonancia a un estado Borromeano débilmente ligado. Considerando la fuerza de interacción correspondiente con los datos experimentales  $G_{\text{Exp}} = 6,06$  MeV se observaron que la energía del estado excitado físicamente relevante tiene valores semejantes a los informados en [13], se encontró también una buena concordancia entre las amplitudes de la función de onda calculadas en [13]

El tiempo de vida medio del estado fundamental calculado es tres órdenes de magnitud menor que el valor experimental [15]. Creemos que esto puede deberse a que la fuerza de interacción entre neutrones utilizada no tiene en cuenta elementos relevantes, se podrían obtener resultados más precisos usando una interacción más realista o una interacción fenomenológica que tenga en cuenta el continuo.

## Referencias

- [1] R. J. Liotta, E. Maglione, N. Sandulescu, and T. Vertse, *Physics Letters B* 367, 1 (1996).
- [2] T. Berggren, *Physics Letters B* 373, 1 (1994).
- [3] O. Civitarese, M. Gadella, and R. M. Id Betan, *Nuclear Physics A* 660, 255 (1999).
- [4] A. Bianchini, R. J. Liotta, and N. Sandulescu, *Physical Review C* 63, 024610 (2001).
- [5] R. Id Betan, R.J. Liotta, N. Sandulescu, T. Vertse. *Phys. Rev. Lett.* **89**, 042501 (2002).
- [6] N. Michel, W. Nazarewicz, M. Ploszajczak, and K. Ben-naceur, *Physical Review Letters* 89, 042502 (2002).
- [7] N. Michel, W. Nazarewicz, M. Ploszajczak, and T. Vertse, *Journal of Physics G* 36, 013101 (2009).
- [8] E. M. T. Vertse, R.J. Liotta, *Nuclear Physics A* 584, 13 (1995).
- [9] R. M. Id Betan, *Physical Review C* 85, 64309 (2012).
- [10] A. M. Mukhamedzhanov, V. Eremenko, and A. I. Sat-tarov, *Physical Review C* 86, 034001 (2012).
- [11] C.R. Hoffman, T. Baumann, D. Bazin, et. al. *Phys. Rev. Lett. C* **100** 152502 (2008).

- [12] Y. Kondo, T. Nakamura, R. Tanakam, et. al. Phys. Rev. Lett. **116** 102503 (2016).
- [13] K. Hagino, H. Sagawa. arXiv:1603.03120 [nucl-th] (2016).
- [14] L. V. Grigorenko and M. V. Zhukov, Physical Review C 91, 064617 (2015).
- [15] Z. Kohley, T. Baumann, D. Bazin, er. al., Physical Review Letters 110, 152501 (2013).
- [16] A. de-Shalit, H. Feshbach. Theoretical Nuclear Physics, Jonh Wiley & Sons, (1974).
- [17] M. G. Mayer, J. H. D. Jensen. Elementary Theory of Nuclear Shell Structure, John Wiley & Sons (1955).
- [18] A. deShalit, I. Talmi. Nuclear Shell Theory, Academic Press, (1963).
- [19] J. Suhonen. From Nucleons to Nucleus, Springer (2007).
- [20] K. Heyde. Basic Ideas and Concepts in Nuclear Physics, Institute of Physics Publishing (2004).